

УДК 539.3

Г. Сулим¹, докт. фіз.-мат. наук; О. Кузь²

¹Львівський національний університет
імені Івана Франка

²Національний університет "Львівська політехніка"

ЗІСТАВЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ТА ЧИСЛОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ МЕХАНІЧНОГО З'ЄДНАННЯ АРМАТУРНИХ СТРИЖНІВ ОБТИСКНОЮ МУФТОЮ

Резюме. За допомогою числового та експериментального методів розглянуто проблему механічного з'єднання пружних арматурних стрижнів обтискною муфтою. Поставлено відповідну тривимірну контактну задачу теорії пружності. Між арматурою та муфтою вибирались умови ідеального механічного контакту. Осесиметричність прикладеного навантаження та зроблені припущення щодо виступів арматури дозволили розв'язувати поставлену задачу в осесиметричній постановці. Для її числового розв'язування використовувався варіаційно-різницьвий метод, який був адаптований до незв'язних областей та областей з криволінійною межею. Для розв'язування отриманих після дискретизації систем лінійних алгебраїчних рівнянь використовувався комбінований ітераційний процес, який містив градієнтний метод і метод з чебишевським набором ітераційних параметрів. Розроблений пакет програмних продуктів дозволяє враховувати різні крайові умови, параметри області та характеристики матеріалів. Використовуючи наведений вище числовий метод, а також експериментальний метод фотопружності, було отримано діаграми різниць головних напружень. Зіставлення цих результатів показало їхнє якісне співпадіння, що підтвердило вірогідність числової реалізації.

Ключові слова: арматурний стрижень, обтискна муфта, контактна задача, варіаційно-різницьвий метод, метод фотопружності.

G. Sulym, O. Kuz'

COMPARISON OF EXPERIMENTAL AND NUMERICAL RESEARCHES OF CONNECTION OF ELASTIC ARMATURE BARS BY A PRESSING SOCKET

Summary. The prefabricated and ferroconcrete elements require the reinforcement by long armature bars. Since the length of armature bars produced on the native metallurgical plants does not exceed 12m, the problem of firm connection of such armature bars often arises. The mechanical connection of armature bars by a pressing socket is one of the effective method of armature connection. This method is simple, inexpensive and technological, however its possibilities are not completely used because of insufficient learning. Therefore, in this paper the problem of mechanical connection of armature bars by a pressing socket is considered.

A contact 3D problem of the theory of elasticity is formulated. Conditions of ideal mechanical contact between armature bars and socket are used. Axe-symmetry of applied load and making assumption about lug of the armature bars permit to solve the problem in axe-symmetrical formulation. Effective numerical methods for solving 2D (axe-symmetrical) problems related to the theories of elasticity and plasticity have been worked out. The variation-difference method of building finite difference schemes is extended to domains with curvilinear boundaries and disconnected domains. For solving the resultant systems of linear equations, it is proposed that combined iterative methods (gradient and cyclic Chebyshev's) should be used.

The elaborated software ensures solving these and other problems with different boundary conditions, medium and domain parameters.

On the strength of variation-difference method the diagram of difference of the main stresses is obtained. Using experimental photoelasticity method, the diagram of difference of the main stresses is also

obtained. The comparison of these diagrams shows their qualitative similarity which confirms reliability of the numerical realization.

Key words: armature bar, pressing socket, contact problem, variation-difference method, photoelasticity method.

Постановка проблеми. Збірні та монолітні великогабаритні залізобетонні конструкції (плити перекриття, прогонові балки, опори, ферми тощо) потребують армування за допомогою довгої стрижневої арматури. Оскільки довжина арматурних стрижнів, які виготовляються на вітчизняних металургійних підприємствах, не перевищує 12 м, то часто виникає проблема надійного з'єднання таких стрижнів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним із найефективніших методів з'єднання арматурних стрижнів є їхнє механічне з'єднання обтискною муфтою [1–5]. Цей метод є простим, дешевим і технологічним, однак його можливості використовуються далеко не повністю через недостатню вивченість. Звернемо увагу на кілька праць, які стосуються експериментального [6, 7] та числового [8, 9] досліджень напружено-деформованого стану таких з'єднань. Проте авторам невідомі праці, де на прикладі однієї задачі зіставлені результати числових та експериментальних досліджень з'єднання арматури. У даній роботі здійснено порівняння експериментального дослідження та числового розрахунку напружено-деформованого стану двовимірних пружних моделей формування механічного з'єднання пружної арматури обтискною муфтою.

Мета роботи. Порівняти отримані результати експериментальних та числових досліджень плоских моделей механічного з'єднання пружних арматурних стрижнів обтискною муфтою та зробити висновки про перенесення таких результатів на осесиметричні та просторові задачі, які стосуються реальної інженерної проблеми.

Числове моделювання механічного з'єднання арматури обтискною муфтою. Розглядається контактна задача теорії пружності обтискання за допомогою рівномірно розподіленого навантаження інтенсивності P співвісних пружних арматурних стрижнів, що майже дотикаються торцями та охоплені циліндричною муфтою, які разом займають тривимірну область V , обмежену поверхнею Σ . Осьовий переріз цієї області зображений на рис. 1. Для спрощення формулювання задачі припустимо, що виступи арматури не є спіральними, а формують сукупність кільцевих виступів, розміщених дискретно на певній відстані одне від одного. Це дає можливість розв'язувати складну просторову задачу в двовимірній (осесиметричній) постановці. Згідно з вимогами ДСТУ 3760:2006 виступи арматури в перерізі мають форму рівнобедрених трапецій з мінімальним кутом нахилу бічних граней до більшої основи 45° і можуть досягати 75° , тому для спрощення числової реалізації задачі виступи арматури в осьовому перерізі арматури моделюються прямокутниками (рис. 1, 2). З математичного погляду задача полягає у розв'язуванні рівнянь рівноваги в області V

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) + X_i = 0 \quad (1)$$

при використанні мішаних крайових умов на її поверхні Σ ($\Sigma_u \cup \Sigma_\sigma = \Sigma$)

$$u_i|_{\Sigma_u} = u_i^0, \quad C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} n_j |_{\Sigma_\sigma} = S_i^0. \quad (2)$$

Тут C_{ijkl} – компоненти тензора модулів пружності \underline{C} ; u_i, X_i, S_i^0, n_j – компоненти векторів переміщень, об'ємних та поверхневих сил, а також зовнішньої нормалі до поверхні Σ_σ відповідно. За однаковими індексами, які зустрічаються в одному виразі двічі, за правилом Айнштейна відбувається підсумовування від одиниці до трьох.

У випадку ізотропного тіла компоненти тензора модулів пружності матимуть вигляд

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (3)$$

де λ, μ – параметри Ляме, які виражаються через модуль поздовжньої пружності E і коефіцієнт Пуассона ν для арматури і муфти відповідно; δ_{ij} – компоненти одиничного тензора.

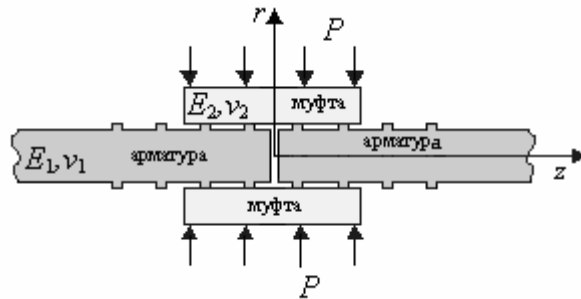


Рисунок 1. Пружна арматура, яка обтиснена циліндричною муфтою
Figure 1. Elastic armature bars pressed out by a cylindrical socket

Уздовж верхньої межі виступів арматури та муфтою виконуються умови ідеального механічного контакту

$$u_r^m = u_r^a, \quad \sigma_{rz}^m = \sigma_{rz}^a. \quad (4)$$

Інші частини арматури та муфти не контактують. Вважатимемо, що обтискання муфтою здійснюватиметься до тих пір, поки деформована поверхня муфти не торкнеться поверхні між виступами арматури.

Для числового розв'язування задачі (1), (2) зручно використовувати її варіаційну постановку [10], яка полягає у мінімізації лагранжіана

$$L = \int_V W dV - \int_V X_i u_i dV - \int_{\Sigma_\sigma} S_i^0 u_i d\Sigma, \quad (5)$$

де $W = \frac{1}{2} C_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}$ – питома енергія пружної деформації.

Вираз (5) записано у декартовій системі координат. Тому для зручності перейдемо до циліндричних координат z, r, φ

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = z.$$

Враховуючи симетричність області V і зовнішніх сил \vec{X}, \vec{S}^0 відносно осі Oz та площини $z=0$, достатньо обмежитися розглядом лише четвертини її осевого перерізу, наприклад, правої верхньої (див. рис. 2), в якій лагранжіан (5) набуде вигляду [11]

$$L_0 = \int_{V_0} rW(\vec{v})dV + \int_{V_0} rX_i v_i dV - \int_{\Sigma_0} rS_i^0 v_i d\Sigma, \quad (6)$$

$$W(\vec{v}) = \frac{1}{2} \tilde{C}^{ijkl} \nabla_j v_i \nabla_l v_k.$$

Тут V_0 – двовимірний область (Σ_0 – одновимірний її межа), отримана перерізом області V площиною, яка проходить через вісь Oz (рис. 2); $\vec{v}(v_1, v_2)$, $v_1 \equiv u_z(z, r)$, $v_2 \equiv u_r(z, r)$, $u_\varphi \equiv 0$; \tilde{C}^{ijkl} – компоненти тензора \underline{C} у циліндричній системі координат; $\nabla_j v_i$ – коваріантні похідні компонент вектора переміщень v_i за відповідною координатою.

Замінивши у (6) усі континуальні функції сітковими, інтеграли – скінченними сумами, похідні – різницеви похідними, отримаємо різницеви аналог лагранжіана L_0^h .

Для визначення стаціонарної точки L_0^h отримаємо систему лінійних алгебричних рівнянь

$$\underline{A} \vec{v} + \vec{F} = 0,$$

яку зручно розв'язувати ітераційним методом [12].

Описаний метод реалізований у вигляді пакета програм алгоритмічною мовою FORTRAN, який враховує різні крайові умови, параметри області та середовища.

Результати числових досліджень. Використовуючи викладений вище метод, розв'язано конкретний приклад плоскої контактної задачі про формування з'єднання пружних арматурних стрижнів обтисочною муфтою. Стрижні виготовлені з арматурного прокату періодичного профілю класу А500С номінального діаметра 18 мм, межа течіння $\sigma_y = 500$ МПа (згідно з вимогами ДСТУ 3760:2006), а муфта – із суцільного прокату сталі 20 зі $\sigma_y = 235$ МПа.

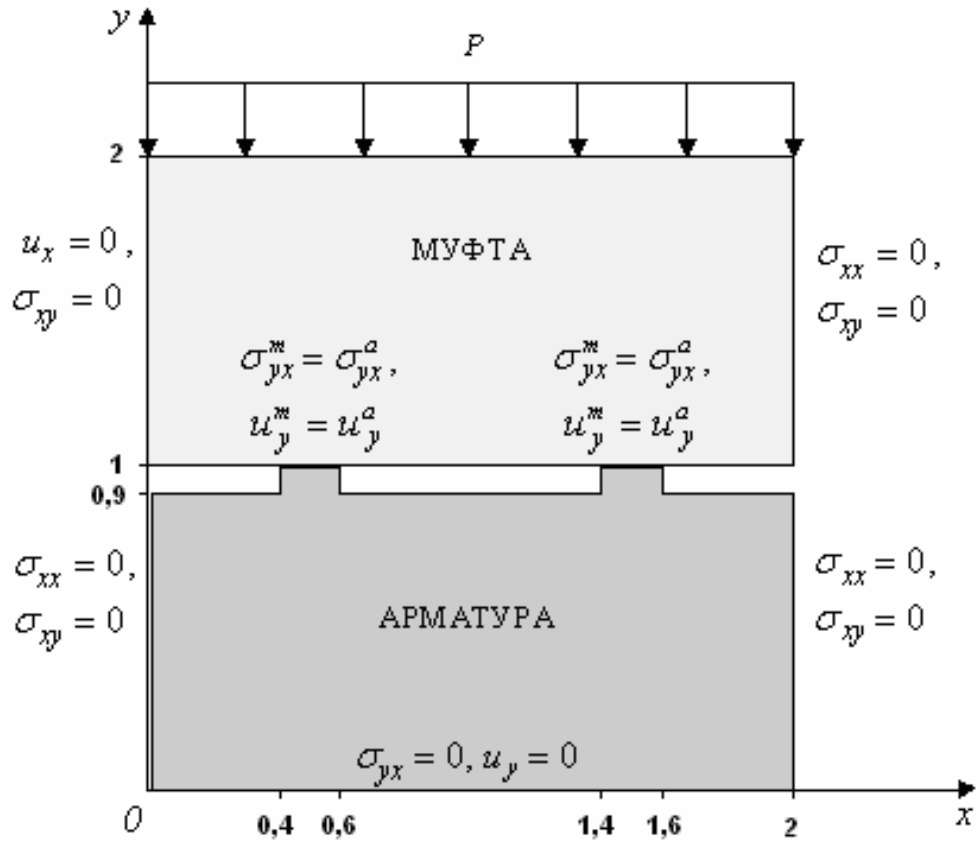


Рисунок 2. Плоска розрахункова область із зазначеними крайовими та контактними умовами для задачі про обтиск муфтою пружних арматурних стрижнів
 Figure 2. Plane calculation domain with boundary and contact conditions for the problem of connection of elastic reinforcement bars with the help of a socket

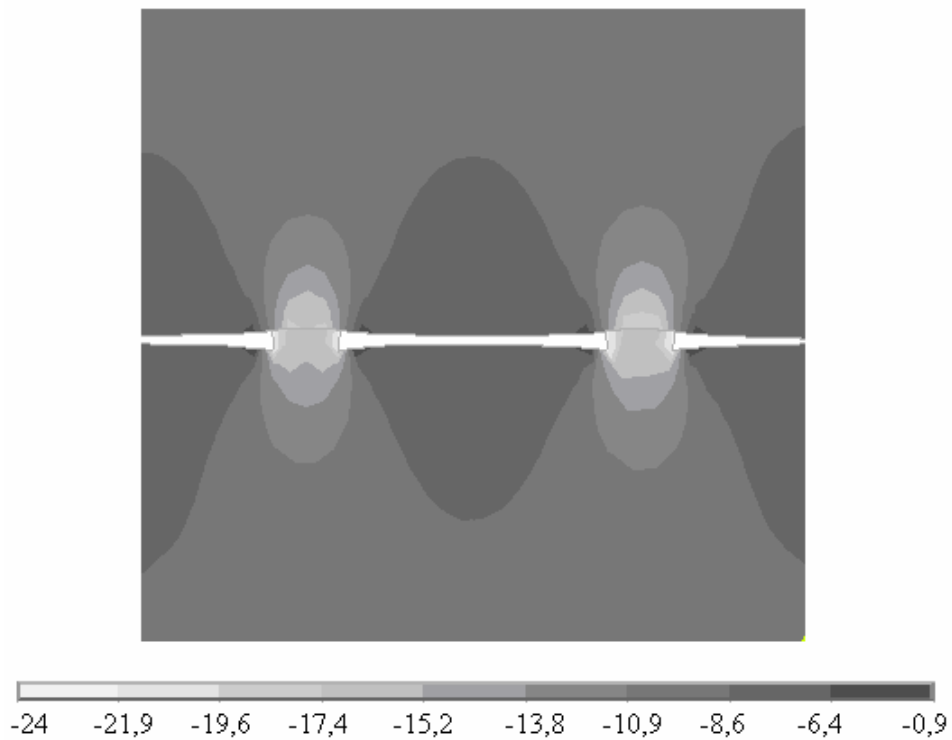


Рисунок 3. Діаграма розподілу різниці головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$ в МПа для розрахункової області, яка зображена на рис. 2

Figure 3. The diagram of spatial distribution of difference of the main stresses $\sigma_2 - \sigma_1$ by МПа for calculation domain showed on the fig. 2

Відстань між виступами арматури вчетверо більша, ніж їх ширина (ДСТУ 3760:2006). Рівномірно розподілене навантаження P , яке прикладалося до муфти, дорівнювало 750 кН. На рис. 2 також відображені крайові та контактні умови. На ділянці контакту виступів арматури з муфтою вимагалось виконання умов ідеального механічного контакту (4). Межі муфти та арматури, крайові умови на яких не зазначені на рис. 2, вільні від навантажень. На рис. 3 відображена діаграма розподілу в плоских контактуючих тілах різниці головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$ внаслідок прикладання навантажень у пластинці (див. рис. 2), яка моделює осьовий переріз з'єднання (див. рис. 1). Також на цьому рисунку помітна зміна форми контактуючих тіл за прикладеного зовнішнього тиску P .

Правдоподібність отриманих числових результатів підтверджується якісним збігом із результатами розв'язування задачі про тиск прямокутного жорсткого штампа на пружну півплощину. Числовий аналіз засвідчив, що при обтискуванні муфтою найбільші за абсолютною величиною нормальні радіальні напруження σ_{rr} виникають на краях виступів арматури. Радіальні переміщення u_r , як і слід було сподіватися, найбільші на краях муфти.

Постановка експерименту та його результати. Із добре відомих експериментальних неруйнівних методів механіки деформівного твердого тіла було застосовано поляризаційно-оптичний метод (метод фотопружності) [13]. Він дає змогу безпосередньо визначити різницю головних напружень у моделях із оптично чутливих прозорих матеріалів. Основною властивістю таких матеріалів є їхня здатність до подвійного променезаломлення, якої вони набувають при виникненні в них напружень і деформацій.

Відомо [14], що поле напружень у пружних пластинах (навіть з ненавантаженими внутрішніми отворами) не залежать від пружних сталих матеріалу (теорема Леві – Мітчелла). Тому за однакового навантаження на межі, наприклад, металевої та епоксидної (оптично чутливої) пластин однакової форми напруження у відповідних точках будуть однаковими. Оскільки напружений стан епоксидної пластини можна дослідити за допомогою методу фотопружності, то можна бути певним, що такі ж напруження виникають і у сталій пластині тієї ж форми.

Очевидно, що поля напружень у реальному з'єднанні, що має тривимірну, близьку до осесиметричної (згідно з прийнятими для числового моделювання припущеннями) форму (див. рис. 1), кількісно відрізняються від полів напружень у пластині, яка відповідає осьовому перерізу реального з'єднання, однак у багатьох аспектах такі відмінності якісно будуть малими. Тому для того, щоб експериментально оцінити якісну картину поведінки з'єднання арматури за допомогою циліндричної обтискної втулки, це з'єднання моделювалося відповідною плоскою оптично ізотропною моделлю, виготовленою із епоксидної смоли ЕД-20 з додаванням пластифікатора

дибутилфталату та затверджувача – поліетиленполіаміну, геометричні розміри якої відповідають реальному з'єднанню (рис. 4).

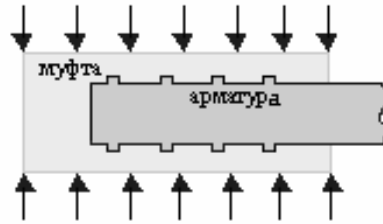


Рисунок 4. Плоска оптично ізотропна модель з'єднання арматури
Figure 4. Plane optical isotropic model of armature connection

Якщо прозора оптично ізотропна пластинка перебуває в умовах суто пружного плоского напруженого стану, то викликана штучним подвійним світлозаломленням відносна різниця ходу δ для взаємно перпендикулярних складових хвиль, напрямком коливань яких співвісний напрямку головних напружень, дорівнює

$$\delta = cd(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (7)$$

де c – оптична постійна матеріалу; d – товщина пластинки; σ_1 і σ_2 – величини головних напружень.

Інтенсивність світлового потоку на екрані плоского і кругового полярископів дорівнює нулю в точках, де різниця ходу δ складає ціле число n довжин хвиль λ . Геометричне місце точок, де різниця ходу δ однакова, називають смугами (для монохроматичного світла) або ізохромами (для білого світла). З другого боку, виходячи з формули (1), ізохром (смуги) – це геометричне місце точок з однаковою різницею головних напружень.

При стиску вказаної моделі спостерігаємо картини смуг (рис. 5), що відповідає її напружено-деформованому стану.

Використовуючи формулу $\delta = n\lambda$, де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – ціла смуги, а λ – довжина хвилі, формулу (7) запишемо у вигляді

$$n\lambda = cd(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (8)$$

або

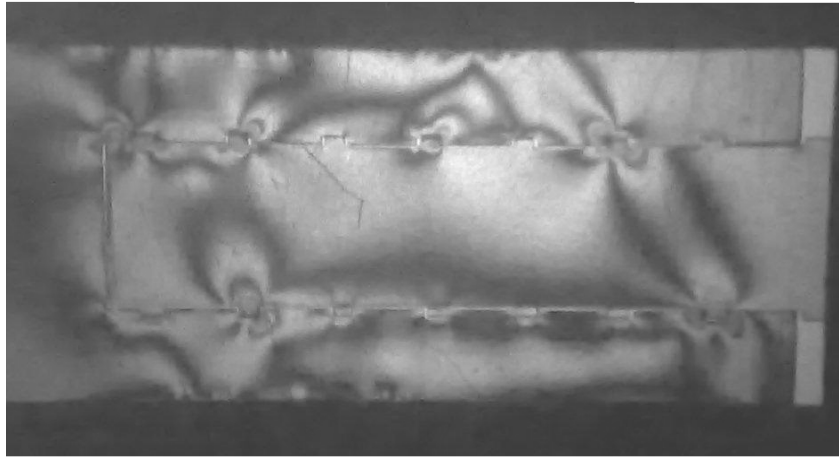
$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\lambda}{cd} n. \quad (9)$$

Позначимо через σ_0 постійну величину

$$\sigma_0 = \frac{\lambda}{cd}. \quad (10)$$

Знаючи постійну σ_0 , за відомим порядком ізохром (смуг) можна визначити величину різниці головних напружень для будь-якої точки моделі.

На рис. 5 подано фотографію отриманого поля ізохром для пластини, зображеної на рис. 4.

Рисунок 5. Поле ізохром (смуг) при силі обтиску $P=500$ НFigure 5. Field of isochroms for pressure force $P=500$ Н

Висновки. Як бачимо з рис. 5, смуги зароджуються навколо виступів арматури та при збільшенні навантаження формуються і розташовуються щораз більшими овальними кільцями у напрямках, близьких до перпендикулярів до осі арматури. Подібну форму мають ізолінії різниці головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$ (див. рис. 3). Відтак можна сподіватися, що подібну форму за малорозвинутої пластичності матимуть зони пластичності при покроковому збільшенні навантаження, якщо муфта буде пружно-пластичною.

Отже, експериментальні дослідження підтверджують якісну картину розподілу напружень в арматурі та муфті, отриману внаслідок числового моделювання, тим самим обґрунтовуючи правдоподібність цього моделювання.

Conclusions. On the strength of variation difference method the diagram of difference of the main stresses is obtained. Using experimental photoelasticity method, the diagram of difference of the main stresses is also obtained. The comparison of these diagrams shows their qualitative similarity which confirms reliability of the numerical realization.

Список використаної літератури

1. Методологічні аспекти з'єднання арматури обтиснутою втулкою [Текст] / Й.Й. Лучко, Я.Л. Іваницький, М.Д. Куцигін, Ю.М. Беклемішев // II Міжнародний симпозіум „Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій”. – Львів, 1996. – Вип. 2. – С. 347–349.
2. Лучко, Й.Й. Міцність, тріщиностійкість та деформативність балок, армованих з'єднаною арматурою [Текст] / Й.Й. Лучко // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. – Львів: Каменяр, 2000. – Вип. 4. – С. 371–378.
3. Лучко, Й.Й. Розрахунок фізико-механічних, геометричних та силових параметрів пластичного деформування товстостінних трубчатих з'єднань арматурних стержнів [Текст] / Й.Й. Лучко // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. – Львів: Каменяр, 2002. – Вип. 4. – С. 112–122.
4. Лучко, Й.Й. Оцінка працездатності втулкового з'єднання арматурних стержнів [Текст] / Й.Й. Лучко, Я.Л. Іваницький, М.М. Гвоздик // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. – Львів: Каменяр, 2003. – Вип. 5. – С. 137–142.
5. Ігнатишин, М.І. Сучасний стан проблеми з'єднання арматури періодичного профілю у залізобетонних конструкціях [Текст] / М.І. Ігнатишин, М.М. Гвоздик // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. – Львів: Каменяр, 2004. – Вип. 6. – С. 42–47.
6. Гурова, Г.Г. Опыт применения ультразвукового контроля качества сварной арматуры [Текст] / Г.Г. Гурова, В.П. Павлов, Л.Н. Уварова // Новые виды арматуры и её сварка. – М.: НИИЖБ, 1982. – С. 208–211.
7. Самокрутов, А.А. Ультразвуковая дефектоскопия бетона эхометодом: состояние и перспективы

- [Текст] / А.А. Самокрутов, В.Г. Шевалдыкин, В.Н. Козлов // В мире НК. – 2002. – № 2(16). – С. 6–10.
8. Сулим, Г.Т. Числове розв'язування осесиметричної задачі з'єднання арматурних стрижнів обтискною втулкою [Текст] / Г.Т. Сулим, Й.Й. Лучко, О.Н. Кузь // Дороги і мости. – К.: ДерждорНДІ, 2008. – Вип. 8. – С. 254–259.
 9. Кузь, О.Н. Числове розв'язування осесиметричної задачі про з'єднання металевих арматурних стрижнів пружно-пластичною обтискною втулкою [Текст] / О.Н. Кузь, Й.Й. Лучко, Г.Т. Сулим // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. – Л.: Каменяр, 2008. – Вип. 10. – С. 70–75.
 10. Победря, Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности [Текст] / Б.Е. Победря. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 344 с.
 11. Шешенин, С.В. Применение вариационно-разностного метода к осесимметричным задачам теории упругости [Текст] / С.В. Шешенин, И.С. Кузь // Упругость и неупругость. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. – С. 39–44.
 12. Шешенин, С.В. О прикладных итерационных методах [Текст] / С.В. Шешенин, И.С. Кузь // Вычислительная механика деформируемого твердого тела. – М., 1990. – Вып. 1. – С. 63–75.
 13. Александров, А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела [Текст] / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. – М.: Наука, 1973. – 526 с.
 14. Божидарник, В.В. Елементи теорії пружності [Текст] / В.В. Божидарник, Г.Т. Сулим. – Львів: Світ, 1994. – 560 с.

Отримано 02.07.2012